إدارة خطر طول العمر
دور التأمين التجارى

Longevity Risk Management
Vision for Business of Insurance Companies

ملخص البحث

يهدف هذا العمل الي اكتشاف وإدارة الأخطار التي تنشأ من بقاء الإنسان علي قيد الحياة خلال فترة ما بعد توقف أو علي الأقل انخفاض قدرته علي الكسب. وتؤكد الأبحاث والواقع العملي أن الفرد المتقاعد وأسرته يكونا عرضة للعديد من الأزمات المالية التي تنتج من انخفاض قدرة عائلها علي الكسب. هذا الانخفاض قد يصل الي مستويات يكون العائد من العمل الحالي أو السابق خلالها غير كاف لمتطلبات الفرد وأسرته. ومما يزيد من عبء تلك الفترة زيادة تكلفة الحياة التي تنتج من زيادة عدد وحجم أعباء البقاء علي قيد الحياة للفرد خلال فترة ما بعد الحياة النشطة. وتعتبر الهيئات والمؤسسات المؤثرة إيجابيا علي طول فترة البقاء حيا بعد تاريخ التقاعد عن العمل - وطبقا لطبيعة دور تلك الهيئات والمؤسسات سواء كانت فردية أو حكومية بأسلوب تجاري أو اجتماعي أو تعاوني- مسئولة عن إدارة خطر طول العمر لأفراد المجتمع. ورغم وجود برامج التأمين الاجتماعي وأنظمة حكومية تتعامل في هذا الشأن باعتبارها المسئول الأول عن إدارة هذا الخطر، فإن ما تقدمه تلك البرامج والأنظمة من مزايا مختلفة ومستويات متعددة لا يجبر معاناه من طال عمرهم الي ما بعد توقف القدرة علي الكسب. وهنا يبرز دور شركات التأمين التجاري في تقديم تغطيات تكميلية لما تقدمه برامج التأمين الاجتماعي والأنظمة الحكومية. وبناء علي هذا الواقع يكون لنشاط التأمين التجاري دورا هاما تتطلع به شركات التأمين في هذا المجال. حينئذ يستوجب علي الاكتواريين في تلك الشركات اكتشاف ما قد تتعرض له شركاتهم من أخطار نتيجة تعاملهم مع هذا النوع من الأعمال، وإعداد الأدوات الاكتوارية لاستخدامها في حساب تكلفة منتجات التأمين مثل الجداول الجيلية. ويتناول البحث مسببات طول العمر ومدي ثبات تأثيرها علي معدلات الحياة ، والأخطار التي تنشأ لطول العمر علي المستويات المختلفة. كما يتناول البحث خطر من يقوم بإدارة ظاهرة طول العمر خاصة شركات التأمين. وأفضل الأدوات للتعامل معه .

مصطلحات جديدة

خطر طول العمر. العوامل المؤثرة في ظاهرة طول العمر. الحياة النشطة. القدرة علي الكسب. أعباء البقاء علي قيد الحياة. أدوا ت إدارة خطر طول العمر. توقع الأعمار.

Abstract

This work is to manipulate the longevity risks represented by the additional financial loadings based on the surviving for a long time period more than the expected time period. The reasons of the increasing longevity in parallel with the calendar years such as healthy improvements, cultural and educational development, technologies updating, and environmental changes. Financial severities resulting from longevity are responsibility of the governmental systems, social insurance, and other foundations. The fact is that all what provide previous founders is not enough to cover the financial severity caused by the longevity. So, the role of insurance companies became very important component to contribute the solution of that problem. Based on that fact, Actuaries have done the best to prepare the actuarial tools that should be used for estimating the cost of the insurance

products. In this domain the work aims to use new functions such as general trend function, Gombertz function, and Gompertz Function weighted by a healthy improvement factor. The last is to use for estimating the actuarial cost of insurance products. That product is issued to support the governmental system and retirement pension's contributions. Actuarially, experiences data of mortality collected from many insurance companies' resources has been treated to obtain the value of ($\hat{P}_{x,t}$) as estimated value of survival rate. A crossed action and time series methods have been used to estimate the cost of retirement pensions based on defined contributions (DB). Three methods have been applied to achieve that goal. A comparison has been met to show more clearance.

Key Words:
Longevity risk management. Factors affecting on longevity. Active life period. Longevity Loadings. Longevity risks measuring. Life expectancy.

مقدمــة :

تمثل ظاهرة طول العمر حقيقة مؤكدة في كل شعوب العالم وإن اختلفت تلك الشعوب فيما بينها في مستويات المعيشة والتحضر. ومما يؤكد ذلك اورد في بعض الأبحاث من أن الزيادة المستديمة في توقعات الحياة في دول أوروبا أو شمال إفريقيا منذ عام ١٩٦٠ تمثل خطرا هاما يجب الاهتمام به في مؤسسات التأمين الاجتماعي والمعاشات، وكذلك في شركات التأمين التجاري[١]. ومما يؤكد تلك الظاهرة أيضا ما يستدل من إحصاءات البقاء علي قيد الحياة علي مستوي كل بلاد العالم والتي تشير الي ارتفاع مستمر وشبه منتظم في توقعات الحياة. وكخطر تنتج ظاهرة طول العمر العديد من النتائج غير المرغوب فيها لكل الأطراف التي لها علاقة بهذا الخطر[٢]. من هذه الأطراف :

١. الفرد محل الظاهرة: هو الفرد الذي لا يتوفى خلال الفترة المنتهية بالتقاعد عن العمل طبقا لقانون البلد الذي يعمل بها. هذا يعني أنه يبقي علي قيد الحياة بعد توقف مقدرته علي الكسب، ومن ثم يعاني حينذاك صعوبات الحياة متمثلة في الانخفاض المالي لإيراداته مع ما يلازم ذلك من زيادة أعباء بقائه علي قيد الحياة. وتنتج تلك الصعوبات للأسباب الآتية:

- خلال فترة ما بعد التقاعد تتوقف مقدرة الفرد علي الكسب بيولوجيا أو قانونيا أو اقتصاديا. أو لأكثر من سبب من الأسباب السابقة .
- ينتج عن ذلك توقف أو انخفاض موارد الفرد لتغطية متطلبات الحياة. وزيادة أعباء الحياة لدي كبار السن نتيجة لزيادة وطأة المرض والحاجة الي رعاية أكثر وزيادة المتطلبات الخاصة به في الظروف الجديدة.
- نخلص من ذلك أن الفرد الذي طال عمره عن عمر الخروج علي التقاعد قد يتعرض للعديد من الأخطار تتمثل في احتمالية عدم كفاية موارده خلال فترة طول العمر لتغطية. وزيادة

1- Pauline Barrieu et. al., 2011"Understanding, Modeling and Managing Longevity Risk: Key Issues and Main Challenges. Submitted to Operations Research manuscript.

٢- هناك أطراف تتأثر بظاهرة طول العمر لأفراد آخرين وليس هناك تعاقد قانون بتحمل مسئولياتهم تجاه هذه الظاهرة. مثل الاسرة والمجتمع الصغير الذي يعيش فيه الفرد محل الظاهرة.

احتياجاتـه خـلال نفـس الفتـرة. ويصـنف الفـرد حينئـذ بأنـه فـردا معرضـا لخطـر طـول العمر. Individual of longevity risk

٢. الحكومة : في كل بلاد العالم تعتبر الحكومة هي المسئول الأول عن إدارة خطر طول العمر لأفراد المجتمع. وعادة ما يكون لديها في هذا الشأن أدوات عديدة مثل نظم التأمين لاجتماعي، وأساليب أخري مثل صناديق المعاشات الخاصة ومؤسسات التكافل الاجتماعي التي تعمل تحت إشراف الحكومة. الجدير بالذكر أن العامل الحاسم في فعالية مساهمة الحكومة في إدارة خطر طول العمر هو أنظمة التأمين الاجتماعي والمعاشات. ولأن الخبراء الاكتواريين يقدرون الاشتراكات بناء علي خبرة الماضي حيث يستخدمون بيانات تاريخية في إعداد أدوات تقدير الاشتراكات فهذا يعني أن أثر التحسن الصحي لم تؤخذ في الاعتبار عند تقدير الاشتراكات، وهذا يؤثر علي حجم التزامات نظم التأمين الاجتماعي تجاه المشتركين فيه. ومن ناحية أخري فإن أخذ عامل التضخم في الاعتبار قد لا يكون كافيا لتغطية الأثار السلبية الناتجة من التحسن الصحي علي صاحب المعاش. يترتب علي الفهم والتطبيق السابقين احتمال وجود فرق جوهري بين قيمة الاشتراكات المحصلة والقيمة الحالية الحقيقية لالتزامات المقررة للمشتركين. مع العلم بأن تغطية الفرق المالي الناشئ بين الاشتراكات المحصلة والالتزامات المقدرة تعتبر مسئولية أساسية علي الأنظمة الحكومية في هذا الشأن سواء اتبعت نظام الموازنات السنوية Pay as you go . أو أتبع نظام تراكم الاحتياطيات Accumulated Reserves.

٣. شركة التـأمين[٣] : فـي معظـم دول العـالم وعلـي مختلـف المسـتويات المعيشـية فيهـا لا يكفـي مـا تقدمه نظم التأمين الاجتماعي والمعاشات أعباء المعيشة للفرد في المجتمع خلال فترة ما بعد التقاعد. حينئذ يلجأ من لديهم مقدرة اقتصادية وثقافة الوعي بأهمية رسالة التأمين الي شراء وثائق تأمين تضمن تغطيات مالية أو مادية مكملة للإمكانيات المالية للأفراد الذين طال عمرهم لما بعد التقاعد. مع العلم بأن مواردهم بما فيها مزايا النظم الاجتماعية الحكومية– عادة ما تكون غير كافية لتغطية تكاليف الحياة خلال تلك الفترة. وتعتبر تلك الوثائق أدوات شركات التأمين في المساهمة في إدارة خطر طول العمر في المجتمع. وتهدف تلك الوثائق – في حالة القرار الرشيد بشرائها – الي ضمان مجموعة من المزايا المالية أو المادية بحد أقصي تغطية الفرق بين تكاليف الحياة للفرد طويل العمر وبين ما يحصل عليه من نظام التأمين الاجتماعي ومصادر أخري. وتصدر تلك الوثائق مقابل أقساط اكتوارية تحصل مقدما. وتقدر تلك الأقساط بالاعتماد علي بيانات تاريخية تمثل خبرة شركات التأمين في الماضي. والجدير بالذكر أن شركة التأمين التي تمارس هذا العمل كنشاط تجاري تتعرض للأخطار الآتية :

١) تقدم شركات التأمين منتجاتها التأمينية لتغطية نسبة من الأعباء المالية لحياة الفرد الذي يبقي علي قيد الحياة الي ما بعد تاريخ التقاعد .

٢) تقدر تكلفة المنتجات التأمينية السابق الإشارة اليها بناء علي معدلات بقاء علي قيد الحياة مبنية علي بيانات تاريخية تمثلها خبرة شركات التأمين في الماضي.

٣) يخلق التطور الصحي والسلوكي والمدني بيئة تؤدي الي زيادة مستمرة في عمر الفرد. وتعتبر هذه الزيادة متغيرا عشوائيا يتمثل عمليا في أن طول فترة بقاء الفرد علي قيد الحياة لمدة أطول من المدة التي قدرتها شركة التأمين في تغير مستمر والشركة غير متأكدة من قيمة هذه التغير. وهذه الظاهرة تظهر أكثر في الأعمار الكبيرة.

٣- خطر طول العمر وإدارته بواسطة عقود تأمين تصدرها شركات التأمين هو موضوع البحث.

٤) ينتج مما سبق أيضا أن نسبة البقاء علي قيد الحياة والناتجة من عدد الباقين علي قيد الحياة سنويا خلال الفترة المشمولة بالتغطية التأمينية - والتي عادة ما تكون لاحقة لتاريخ التعاقد علي التأمين وبالضرورة تكون لاحقة لتاريخ تمثيل البيانات لخبرة شركات التأمين – تكون أكبر من احتمالات الحياة التي قدرتها شركة التأمين واستخدمتها في تقدير التكلفة. وغالبا لا يؤخذ الفرق الموجب بين الاحتمال المقدر والنسبة الفعلية في الاعتبار عند حساب التكلفة، وهذا يؤدي الي أن احتمال ما قدرته شركة التأمين كتكلفة يكون أقل من الالتزامات الفعلية التي تواجهها شركة التأمين في المستقبل هو احتمال أكبر من الصفر ويجب أخذه في الاعتبار.

٥) أن تأثير التحسن الصحي غير ثابت وإنما يتزايد بصفة مستمرة مع الزمن لدرجة أن العمر النهائي للإنسان لا يمكن تقديره بدقه . فالعمر الأطول في أيامنا هذه يتجاوز - في بعض البلاد - ال ١٢٠ سنة بقليل .

٦) التغيرات في معدلات العائد علي استثمار أموال حملة الوثائق يعتبر متغيرا عشوائيا قد يؤدي الي ان المعدل المقدر والمستخدم في حسابات التكلفة يختلف عن متوسط المعدلات الفعلية المحققة كعائد من عمليات الاستثمار.

٧) أن طول العمر يعني تعرض قيمة المعاش الي موجات من التأثير السلبي للتضخم علي مستحقيه بما له من تأثير علي انخفاض القدرة الشرائية للمزايا المالية التي يحصل عليها مستحق المعاش. من المؤكد أن القيمة المتغيرة للتضخم يمثلها متغيرا عشوائيا. وينتج عن العوامل السابقة النتائج الآتية.

- أن الأجيال الحالية - بكل تأكيد - تتحمل عبء الحياة الطويلة للأجيال السابقة. وأن الأجيال القادمة سوف تتحمل عبء الأجيال الحالية إذا لم تؤخذ قضايا طول العمر في الاعتبار عند التخطيط المالي لها.
- العوامل السابقة تؤدي الي أن معدل البقاء علي قيد الحياة والمستخدم في حسابات التكلفة غالبا ما يختلف عن متوسط المعدلات الفعلية المحققة فعليا في سوق تأمين الدفعات.
- العوامل السابقة توضح ما تعانيه شركات التأمين وخبرائها الاكتواريين من عدم التأكد المركب لمستقبل تأمين معاشات التقاعد. ومن ثم فان هناك حيرة كبيرة حول الاتجاهات المستقبلية بالنسبة لمعدلات الوفاة في الأعمار الكبير[٤].
- بناء علي ما سبق، تواجه شركات التأمين - التي تتبني خطط اصدار منتجات تأمين لمعاشات التقاعد طبقا لاشتراكات محددة سابقا predefined contributions- وخبرائها الاكتواريين قراراتٍ صعبةٍ حول الأعباء المالية المترتبة علي إصدار منتجاتها التأمينية في هذا الشأن. ومع ذلك تستمر العديد من شركاتِ التأمين في تقديم منتجات تأمينية تعتمد علي نظام تأمين المعاشات بمزايا محددة Defined benefits .
- أن مشكلة عدم توافر بيانات كافية وموثقة للأعمار الأطول تمثل عقبة كبيرة في ممارسة هذا النشاط بشكل مكثف[٥].

ظاهرة طول العمر في مصر

الجدير بالذكر أن مسببات طول العمر في مصر هي نفسها في البلاد المتقدمة صحيا واقتصاديا. وتتمثل مسببات طول العمر في مصر في التحسن الصحي والنمو الاقتصادي والثقافي والتغيرات الاجتماعية والتحسن البيئي وشبكة المعلومات وتأثير سهولة الاتصالات والاطلاع. من

4- Duncan Smithson. "The impact of mortality improvements on pensions" **.** Sept. 2006.

٥- خاصة في الدول النامية والتي لا تتوافر فيها أدوات لبناء قواعد إحصائية موثقة عن كبار العمر.

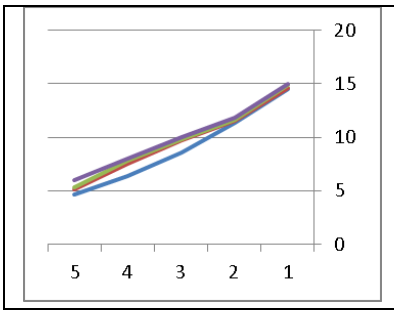
ناحية أخري فإن ظاهرة طول العمر قد تكون أكثر تأثيرا علي المتعاملين معها في البلاد النامية من البلاد المتقدمة وذلك لأسباب عديدة منها:

١) البلاد المتقدمة لديها إمكانيات متنوعة لخلق البيئة المناسبة للتحسن الصحي منذ مدة طويلة. بينما بدأت معظم البلاد النامية خلال النصف الثاني من القرن العشرين في تحقيق بدايات في النمو الاقتصادي والثقافي والعلمي.

٢) البلاد المتقدمة كان وما زال لديها إمكانيات قوية يعتمد عليها لمعالجة قضايا طول العمر، بينما بدأت البلاد النامية حديثا في ذلك، كما أن بعضها لم يبدأ بعد في ذلك.

٣) يترتب علي النقطتين السابقتين أن تأثير ظاهرة طول العمر في البلاد النامية ومنها مصر يكون أكثر وضوحا مما في البلاد المتقدمة وهذا يجعل هذه القضية هامة جدا لكل الأطراف المتعاملين معها. الجدير بالذكر أن علي جميع الأطراف المتعاملين مع قضية طول العمر وتأثيراتها المالية أن تعي أن ظاهرة طول العمر وجوانبها المالية تمثل خطرا يجب التعامل معه علي هذا الأساس. يتضح ذلك في كون طول المدة المتوقع أن يعيشها الفرد بعد سن التقاعد تتزايد في شكل عشوائي. كما أن عدد الباقين علي قيد الحياة بعد تاريخ التقاعد يزداد كدالة في الزمن خلال فترة ما بعد التقاعد. ولتأكيد الحقيقة السابقة في مصر والعالم نورد البيانات الآتية :

جدول رقم (١)
توقع البقاء على قيد الحياة في مصر(ذكور)
للأعمار بدءا من العمر ٦٠ سنة (فترات خمسية)

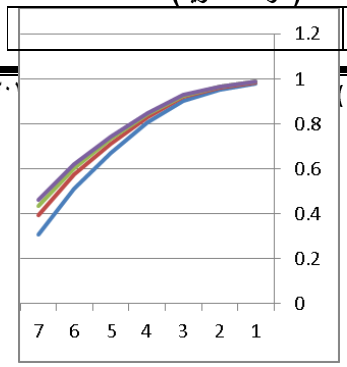


ages	Calendar Years			
	١٩٧٥	١٩٨٦	١٩٩٦	٢٠٠٦
٦٠	١٤,٥	١٤,٦	١٤,٩	١٤,٣
٦٥	١١,٤	١١,٥	١١,٧	١١,٨
٧٠	٨,٦	٩,٧	٩,٩	١٠,٠
٧٥	٦,٣	٧,٦	٧,٩	٨,٠
٨٠	٤,٧	٥,١	٥,٣	٦,٠

المصدر : الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء: تعدادات متتالية.

ومما يؤكد أهمية هذه المشكلة أنما تشير إليه من تطور معدلات الحياة بالزيادة المستمرة للشعب الأمريكي كما يتضح من البيانات الآتية والرسم المرفق معها .

جدول رقم (٢)
احتمالات البقاء علي قيد الحياة للشعب الأمريكي (ذكور)
للأعمار بدءا من العمر ٦٠ سنة (فترات عشرية)



ages	Calendar Years

	2010	2000	1990	1980	
	0.98756	0.98701	0.98399	0.97995	60
	0.96669	0.96527	0.96257	0.95346	70
	0.92677	0.92356	0.91836	0.90093	80
	0.84921	0.84213	0.83119	0.80768	90
	0.74395	0.73133	0.71171	0.67055	100
	0.62098	0.6023	0.57326	0.51233	110
	0.46055	0.43395	0.39222	0.3059	120

Source: U. S. Department of Health and Human Services, Social security Administration, office of the actuaries.

من الجدولين السابقين يلاحظ الآتى :

١. أن هناك علاقة طردية بين طول العمر الباقي ومعدلات البقاء علي قيد الحياة. فالعمر الباقي للإنسان يزيد كلما زادت المدة المتوقعة الباقية للإنسان.

٢. تقل احتمالات البقاء علي قيد الحياة كلما زادت المدة المتوقعة الباقية للإنسان.

٣. مرور الزمن كسنوات ميلادية يؤدي الي زيادة معدل البقاء علي قيد الحياة . فمثلا نجد أن $P_{x,t} > P_{x,t-1}$.

٤. أن نتائج البيانات المشار اليها في الجدولين السابقين تأخذ نفس الاتجاه وإن كان هناك اختلاف في طبيعة البيانات (العينة المصرية عن توقعات الحياة والعينة الأمريكية عن احتمالات الحياة) فهذا يرجع الي توافر بيانات جداول الحياة لأمريكية بدرجة أكبر من جداول الحياة المصرية. وهذا يعني أن الحقيقة

$P_{x,t} > P_{x,t-1}$(USA), $P_{x,t} > P_{x,t-1}$(Egypt)

لا تتغير وإن اختلفت في الفروق في احتمالات الحياة في كل من البلدين.

مشكلة البحث

يعتبر المتخصصون في علوم السكان والصحة أن طول العمر ميزة للأحياء في المجتمع بصفة عامة وعلي أن المجتمع يستفيد إيجابيا من العوامل المؤثرة في طول العمر، ولأن طول العمر يسمح لصاحبة البقاء حيا لمدة أطول مما يتوقع، مما يعني أحقيته في التمتع أكثر من غيرة بالمظاهر المادية المتاحة للأحياء. ومن ناحية أخري يعتبر طول العمر مشكلة للفرد ولأسرته وللمجتمع ككل (المختصين بعلوم المالية العامة خاصة) إذا لم يكن نصيبه من الموارد العامة والخاصة كافية لتغطية أعباء بقائه علي قيد الحياة خلال فترة طول العمر. وتواجه الجهات المسئولة عن إدارة ظاهرة طول العمر في المجتمع حالة عدم التأكد فيما يتعلق بطول فترة بقاء الفرد حيا لمدة تطول عن متوسط توقع بقائه علي قيد الحياة طبقا للتوقعات الاكتوارية. كما تواجه تلك الجهات أيضا - وطبقا للتوقعات الاكتوارية – حالة عدم التأكد من زيادة عدد الباقين علي قيد الحياة عن العدد المتوقع. مما سبق يتضح أن وجود حالة عدم التأكد في العناصر المكونة لظاهرة طول العمر وما يترتب عليها من نتائج مادية يجعل من المنطق أن تسمي خطر طول العمر Longevity risk.

وطبقا لعلم إدارة الخطر، تتعرض شركات التأمين - عندما تتصدي لإدارة مثل هذه الإخطار - الي خطر الاختلاف بينما تتوقعه شركة التأمين من التزامات يتم ترجمتها الي تكاليف تقوم بتحصيلها.

Commented [s١]:
Commented [s٢]:
Commented [s٣]:

وبين الالتزامات الفعلية التي يستوجب دفعها عند استحقاقها. ويؤثر متغير الزيادة في طول المدة التي تزيد في عمر المؤمن عليه عن العمر المتوقع له، وكذلك متغير العدد الزائد في الباقين علي قيد الحياة عن العدد المتوقع لهم في حجم خطر طول العمر التي تواجهه شركة التأمين. ومما يزيد من حجم هذا الخطر - ونظرا لطول المدة – ما تتعرض له الشركة من تقلبات قد تحدث في معدلات العائد علي استثمار أموال حملة الوثائق، وكذلك التقلبات التي قد تحدث في معدل التضخم.

يعتبر خطر الاختلاف بين النتائج المتوقعة والمستحقات الفعلية أمرا حقيقيا نتيجة للفرق الزمني بين تاريخ إعداد البيانات الاكتوارية المستخدمة في تقدير تكاليف التغطية التأمينية وبين البيانات الحالية المتزامنة مع تاريخ استحقاق المزايا. عموما يزيد من هذا الخطر أن البيانات المتاحة عن كبار السن عادة لا تكون كافية وموثقة. ولتوضيح الأمر أكثر نوضح أن بعض المؤمنين يستخدمون حتي اليوم البيانات الاكتوارية في الجدول الأمريكي CSO – 58 والذي يمثل خبرة شركات التأمين خلال الفترة ١٩٤٨ : ١٩٥٤. بفرض أننا نستخدم بيانات هذا الجدول لحساب تكلفة منتج تأميني يغطي خطر الحياة خلال فترة ١٠ سنوات بدءا من العام ١٩٧٥م، فهذا يعني أن الفرق الزمني بين متوسط الفترة الممثلة لبيانات الجدول ومتوسط الفترة الممثلة لاحتمالية دفع المزايا هو ١٩٨٠ – ١٩٥١= ٢٩ سنة. ويمكن أن نتصور مدي الفرق الكبير بين قيمة ما حصلت عليه شركة التأمين وبين القيمة المتوقعة للمزايا المقرر دفعها عند استحقاقها. ويؤدي التحسن الصحي في كل المجتمعات الي الحقيقة التالية.

$$^{10}P_{x,\,1951} < {}^{10}P_{x,\,1980} \text{ and } e_{x,\,1951} < e_{x,\,1980}$$

وتعتمد شركات التأمين في حساب تكلفة التغطية التأمينية علي الجزء الأول من المتباينة بينما تدفع المزايا عند استحقاقها مقدرة علي أساس الجزء الثاني من المتباينة. والجدير بالذكر أن المشكلة لا تقتصر علي إمكانية تقدير ما قد يترتب علي طول العمر من أعباء مالية ومادية، ولكن المشكلة تمتد الي عدم توافر البيانات بدرجة كافية وجيدة في الأعمار الكبيرة. والنقطة الأخيرة توجب علي الباحثين في هذا الشأن أن يدلوا بدلوهم في كيفية تقدير البيانات في الأعمار الكبيرة حتي تكتمل الأدوات الاكتوارية المستخدمة في تقدير التكلفة (أهمها جدول الوفيات). وفي هذا الشأن عادة ما يستخدم الباحثون الأساليب الرياضية في تقدير تلك البيانات.

والجدير بالذكر أن جزءا من المشكلة تتعلق بالرياضيات الاكتوارية وخاصة في جزئية تكوين تقديرات مناسبة لمعدلات البقاء علي قيد الحياة للأعمار من $(x + k, t)$: $(x, 0)$ عن طريق الاستكمال البيني في اتجاهين (الاستكمال المزدوج). وتقديرات مناسبة لمعدلات البقاء علي قيد الحياة للأعمار ما بعد $x + k$ ومرور فترة زمنية طولها t. ويعالج الباحث هذه النقطة الأخيرة قبل تحديد الوسائل المناسبة للتمويل المطلوب لمن طال عمرهم.

هدف البحث

يهدف البحث الي قياس خطر شركة التأمين التي تتصدي لإدارة خطر طول العمر بالأساليب الاكتوارية بهدف خلق معدلات بقاء علي قيد الحياة تتناسب مع فترة تطبيق التغطيات التأمينية. وتثبت أن شركة التأمين لها الحق في إعداد اسعار تتناسب مع التطور الناتج من التحسن الصحي في معدلات البقاء علي قيد الحياة. واختيار المنتج التأميني المناسب لذلك.

فروض البحث

لكي تكون المشكلة واضحة وجلية يثبت الباحث أن التطور في العلوم الطبية وتكنولوجيا العلاج وتطبيقاتهما يؤدي الي زيادة في طول عمر أفراد المجتمع، كما يؤدي الي زيادة في عدد الباقين علي قيد الحياة خلال الفترة التالية لتاريخ التقاعد عن العدد المتوقع اكتواريا. لذا يكون فروض البحث كما يلي.

i) $l_{x,t} > l_{x,\tau}; t > \tau$
ii) $d_{x,t} < d_{x,\tau}; t > \tau$
iii) $P_{x,t} > P_{x,\tau}; t > \tau$
iv) $q_{x,t} < q_{x,\tau}; t > \tau$

يترتب علي ذلك أن:

i) $a_{x,t:n\rceil} > a_{x,\tau:n\rceil}; t > \tau$
ii) $a_{x,t} > a_{x,\tau}; t > \tau$
iii) ${}^{m}/P_{x,t:n\rceil} > {}^{m}/P_{x,\tau:n\rceil}; t > \tau$
iv) ${}^{m}/q_{x,t} < {}^{m}/q_{x,\tau}; t > \tau$

الدراسات السابقة Preview Studies

يعتبر خطر طول العمر من الموضوعات التي حازت ومازالت تحوز اهتمام لمتخصصين في مجالات التأمين الاجتماعي والتأمين التجاري ودفعات المعاش بأنواعها. بالإضافة الي اهتمام حكومات الدول بقطاعاتها المختلفة نظرا لما تمثله تلك المشكلة من خطر اجتماعي واقتصادي علي الدولة ككل. وفي عجالة نطل علي دراسات بعض الذين اهتموا بهذا الموضوع علي مستوي العالم فمثلا في دراسة اكتوارية نفذت بواسطة Joseph F. Faber (1983)، أكد الباحث علي ضرورة استخدام الأساليب الرياضة المتقدمة لتقدير بيانات طول العمر[٦]. وفي عام ٢٠٠٢ أثبت الدراسات في هذا المجال [٧] أن العناية الطبية هي العامل الحاسم في تطور نمو معدلات البقاء علي قيد الحياة حيث توجد اختلافات جوهرية في معدلات البقاء علي قيد الحياة بين المناطق في الولايات المتحدة بناء علي اختلاف مستوي العناية الطبية بين تلك المناطق. ولكن الدراسة لم تتعرض لكيفية المعالجة المالية لخطر طول العمر[٨] . وفي دراسة Moshe A. Molevsky. 2004. فضل الباحث استخدام وثيقة تأمين دفعات مؤجلة طويلة المدي [٩] علي اساس انها أفضل الحلول لمواجهة خطر طول العمر. وفي دراسة David Blake 2008 أثبت الباحث أن التحسن الصحي يؤدي حتما الي طول العمر[١٠] .وأن تلك الظاهرة ترتبط بالزمن بعلاقة خطية وأن الفرد والأسرة والدولة بمختلف مؤسساتها تعتبر مسئولة عن التعامل مع خطر طول العمر، وقد استخدم الباحث ما يعرف بالرقم القياسي للحياة Life metric Index حيث اعتبر أن ما يمكن قياسه يمكن إدارته What gets measured get s managed، وأكد أن نظام الدفعات المالية هو الأسلوب المعتمد في مواجهة ظاهرة خطر طول العمر. وفي دراسة[١١] Pauline B. et al. 2011. أكد الباحثون أن التحسن الصحي يؤدي الي زيادة مستمرة في أعمار الأفراد مما يخلق خطر طول العمر والذي يعتبر مجالا هاما للدراسات الأكاديمية والتطبيقية في مؤسسات التأمين الاجتماعي والتامين التجاري علي السواء. وفي دراسة Andrew Ngai, Michael Sherries 2011. أكدا الباحثان أن خطر طول

6- Joseph F. Faber. "Actuarial study No. 89" . 1983. Allice H. Wade A.S.A
7 - National vital Statistics Reports Vol. 64 2006
8- David A. Kindling. Christopher L. Seplak. Donald L. Libby. " Death rate variation in USA subpopulations" .Bulletin of the world health organization. 2002.
9- Moshe A. Molevsky. "Real Longevity Insurance with deduction: Introduction to advanced life delayed annuities". Society of Actuaries. 2004.
10 - David Blake, "Longevity risk hedging: the role of the private and the public sectors." Pensions Institute Org. 2008.

العمر قد قدر بأقل مما يجب وأن إدارته هي مسئولية الأفراد والدولة معا[١٢]. وفي دراسة MiB risk revealed. 2011 بعنوان [١٣] Specialized mortality tables أو ضحت أن علي شركات التأمين التي تقدم الضمان المالي لأعباء حياة من طال عمرهم، أن تعتمد علي تنبؤات دقيقة. ومن ثم فإن هدف البحث هو إعداد جداول وفيات لفئات خاصة (خاصة في مرحلة طول العمر) تكون أكثر دقة لكونها مبنية علي بيانات كافية وجيدة تخص فئة متجانسة ومتشابهة من حيث أخطارها. ولم يهتم الباحث بالأنظمة المالية التي تواجه خطر طول العمر. في دراسة [١٤] Anne Obersteadt عرف الباحث خطر طول العمر بأنه الزيادة في الأعمار المتوقعة للأفراد مما يؤدي الي زيادة أعباء الحياة لهم مما يسبب تقلبات مالية للمسئولين عن تمويل تلك الاحتياجات، وقد حدد ادوات التعامل مع خطر طول العمر بثلاثة أدوات. وفي دراسة [١٥] Matthew D. 2014 إهتم الباحث ببناء النظم المالية التي تضمن تدفق الدخل المالي للأسرة بعد تقاعد عائلها وأكد أن عدم تحقيق ذلك – ولأسباب عديدة – قد يؤدي الي نتائج غير مرغوب فيها يكون لها آثار سلبية علي الفرد والمجتمع. وقد أكد أن الدفعات المالية تعتبر الحل الأساسي لمواجهة التقلبات المالية التي تواجهها أسرة طويل العمر خلال فترة ما بعد التقاعد. وفي دراسة البلقيني وآخرون ٢٠١٥ استخدم الباحثون دوال خطية للتنبؤ بمعدلات البقاء علي قيد الحياة لسنوات مستقبلية مع تطبيق دالة جومبيرتز لاستنتاج معدلات البقاء علي قيد الحياة في سنوات العمر المختلفة خلال سنوات سابقة، وتقدير تكلفة دفعة معاش مناسبة لمواجهة خطر طول العمر[١٦].

هيكل البحث

يتكون البحث من مبحثين أساسيين بالإضافة إلي نتائج وتوصيات البحث.

١. تقدير تأثير التطور في معدل التحسن الصحي علي توقعات ومعدلات البقاء علي قيد الحياة خلال سنوات العمر من x: x + k، وتقدير توقعات ومعدلات الحياة للأعمار اكبر من x + k
٢. تحديد المنتج المناسب في شركة التأمين لزيادة فعالية دور شركات التأمين في إدارة خطر طول العمر مع تخفيض الأخطار المتوقعة إلي أقل ما يمكن. ثم النتائج والتوصيات.

المبحث الأول
تقدير تأثير التحسن الصحي علي قيمة معدلات البقاء علي قيد الحياة

تعتبر عملية تقدير تأثير التحسن الصحي علي معدلات البقاء علي قيد هي الشغل الشاغل للخبراء الاكتواريين في حالة إصدار عقود تأمين لدفعات تضمن الدخل الدوري للأفراد خلال فترة ما بعد العمر المتوقع. وذلك لأن التحسن الصحي يؤدي – بالتأكيد – الي زيادة في العمر بعد العمر المتوقع. كما يؤدي الي زيادة عدد الباقين علي قيد الحياة خلال سنوات العمر بعد عمر التوقع. ولكن الصعوبة هنا أن الزيادة في الحالة الأولي أو الحالة الثانية تعتبر كل منهما متغيرا عشوائيا تتأثر

12- Andrew Ngai, Michael Sherries." Longevity risk management for life and variable annuities: the effectiveness of static hedging using longevity bonds and derivatives." Insurance: Math. & Econ. Journal. 2011

13- Specialized mortality tables, MiB risk revealed. 2011. MiB group, Inc. WWW.MIBgroup.com

14- Anne Obersteadt. "Managing longevity risk". NAIC & the center for Insurance policy and research. April 2013.

15 - Matthew Ditch. FSA. "Longevity Solutions." Risk Management newsletters. Dec. 2013 / Jan. 2014.

١٦- البلقيني ، سالم ، نورا. " خطر طول العمر وتكلفة دفعات معاش مكملة لمعاشات التأمين الإجتماعى فى مصر. مجلة كلية التجارة جامعة المنصورة . ٢٠١٥

قيمه باختلاف درجة التحسن الصحي من إقليم الي إقليم آخر في دولة واحدة (اختلاف جغرافي)[١٧] تتأثر قيمه أيضا بمستوي التعليم والوعي الصحي والبيئي بين فئات المجتمع (اختلاف ناتج من المستويات الثقافية والبيئية) وهناك عامل آخر يؤثر في قيم المتغير العشوائي ممثلا في المستويات الاقتصادية بين قطاعات المجتمع. (اختلاف ناتج من المستويات الاقتصادية). وقد لخص سالم والشربيني ٢٠١٣ العوامل المؤثر في معدلات البقاء علي قيد الحياة في مجموعة عناصر اقتصادية وثقافية وصحية[١٨]. ولأن المتغير العشوائي الممثل للزيادة في طول فترة البقاء حيا بعد العمر المتوقع يتأثر بالعوامل السابق ذكرها فإننا نفترض ثبات تلك العوامل لتبسيط عمليات التنبؤ. حينئذ يكتفي الباحث للتنبؤ بمعدلات البقاء علي قيد الحياة بعد العمر المتوقع باستخدام الأسلوب الاستنتاجي لقراءة البيانات التاريخية الممثلة لخبرة شركات التأمين أو علي الأقل الخبرة المتوافرة من مصادر الإحصاء السكاني للمجتمع في البلد محل الدراسة. ويتضمن هذا المبحث نقطتين هما :

أولاً : بناء النموذج

كما ذكرنا سابقا أن جزءا من مشكلة إدارة ظاهرة طول العمر تتمثل في أن البيانات عن كبار الأعمار تكون غير كافية وغير دقيقة. مع العلم بأن البيانات الكافية والموثقة تكون للأعمار خلال فترة ما قبل تاريخ التقاعد. في الظروف الجيدة تمتد الفترة التي يتوافر عنها بيانات كافية وجيدة الي ما بعد هذه التاريخ بفترة تزيد أو تقل طبقا لتوافر الإمكانيات الفنية والمالية والعلمية في المجتمع محل الدراسة. فمثلا في الولايات المتحدة في النصف الثاني من القرن الماضي كانت الإحصاءات الي العمر ٦٥ سنة وما بعد ذلك يعتبر من كبار الأعمار. بينما الآن يعتمدون العمر ٨٥ وما بعد ذلك يعتبرونه من كبار السن. وفي مصر يمكن اعتبار أن العمر ٧٠ هو العمر الذي قبله تتوافر بيانات يمكن الاعتماد عليها. وسوف نمثل الفترة من تاريخ التقاعد الي تاريخ نهاية فترة توافر البيانات بالفترة k . ومن ناحية أخري نجد أن البيانات الممثلة للإحصاءات الحيوية أو الاكتوارية خلال الفترة k في جدول تكون بياناته في شكل فئات خمسية أو بيانات في شكل فئات عشرية An abridged life table typically contains data by (5 -) or (10 -) year age intervals . لأن الهدف هو التوصل الي تقديرات جيدة لمعدلات البقاء علي قيد الحياة للأعمار بعد العمر x + k ممثلة في جدول حياة سنوي يعبر عن توقعات الحياة خلال تلك الأعمار. يتوجب علينا القيام بخطوتين هامتين الأولي تجهيز بيانات جدول سنوي كامل Complete life table لفترة العمر من x : x + k والثانية تقديرات دالة الحياة للأعمار ما بعد العمر x + k

الخطوة الأولى : استكمال الجدول الفئوى Abridged Table Interpolation

لبناء جدول يحتوى علي تقديرات سنوية لبيانات حيوية أو اكتوارية للأعمار من x : x + k علينا أن نقوم بعملية استكمال مزدوج Double Interpolation أو ما يعرف بالاستكمال في اتجاهين Two ways interpolation الأول في اتجاه العمر x والثاني في اتجاه الزمن t.وفي هذه الخطوة نهدف الي بناء نموذج استنتاجي لتقدير بدرجة مناسبة من الدقة معدلات البقاء علي قيد الحياة للأفراد محل الدراسة خلال الفترة x : x + k باستخدام بيانات خمسية أو عشرية من جدولين Two an abridged tables بينهما فترة زمنية طولها t من السنوات.

بناء علي الفهم السابق فإن الهدف الجزئي من الدراسة هو تقدير $\hat{P}_{x+k,t}$ باعتبارها دالة في القيم الثلاثة السابقة عليها.

17- Andrew Ngai, Michael Sherries. Cit Op.

١٨-سالم محمود ، الشربيني سيد. بناء علاقة رياضية بين معدلات البقاء علي قيد الحياة في الجداول السكانية ومثيلتها في الجداول الاكتوارية. مجلة كلية التجارة جامع إسكندرية . ٢٠١٣.

$$\hat{P}_{(x+k),\,t} = f\,[P_{(x+k-1),\,(t)},\ P_{(x+k-1),\,(t-1)},\ P_{(x+k),\,(t-1)}];\ k = t \qquad (1)$$

تقدير الدوال الاكتوارية

يمكن تقدير الدوال الاكتوارية لجدول سنوي بالاعتماد علي الحقيقة الواردة في المعادلة رقم (١) علي اساس أن التغير في العمر x والتغير في الزمن t يؤديان معا الي التغير في معدل البقاء علي قيد الحياة، وهذا ما يعبر عنه بالأثر السنوي للتحسن الصحي(RHI) Rate of healthy insurance علي معدلات البقاء علي قيد الحياة. ونركز فقط علي معدلات البقاء علي قيد الحياة للأعمار ما بعد العمر $x + k;\ k = 0, 1, 2, \ldots$ ونعالج هذا الأمر في حالة توافر قيم معدلات الحياة للأعمار عند العمر $x : x + k$ خلال سنة الأساس حيث $t = -t;\ -t = -1, -2, -3, \ldots$ وسنة التقدير حيث $t = 0$. وبناء علي ما سبق فإننا نستخدم قيم معدلات الحياة في السنتين $t = 0 : t = -t$ في تقدير تأثير التحسن الصحي علي معدل الحياة باستخدام مفهوم معدل النمو. ومن اختبار قيم معدل الحياة للعمر x نلاحظ انه يتزايد بمرور الزمن بمعدل متزايد. ويمكن تقديره كما يلي :

$$\hat{P}_{(x+k,\,t)} = \sqrt{[(1+P_{(x+k-1),\,(t)})*(1+P_{(x+k-1),\,(t-1)})*(1+P_{(x+k),\,(t-1)})]} - 1 \qquad (2)$$

والقيمة $\hat{P}_{(x+k,\,t)}$ ما هي إلا تقدير لمعدل البقاء علي قيد الحياة آخذا في الاعتبار تغير العمر وتغير معدل التحسن الصحي كدالة في الزمن.

لقياس الأثر السنوي للتحسن الصحي RHI خلال الفترة من $t = -t : t = 0$ بهدف استخدام ذلك التقدير في معرفة تأثيره علي معدلات الحياة في الفترة من $t = 0 : t = t$ ، وباعتبار أن التغير في معدلات الحياة للأعمار من $x : x + k$ خلال الفترة من $t = -t : t = 0$ يعتبر تغيرا خطيا، فإن قياس أثر التحسن الصحي السنوي المؤدي الي تغير في معدل البقاء علي قيد الحياة والذي يرمــز له بالرمز $b_{(P\,x+k,\,t=-t)}$ يمكن التوصل اليه بمراعاة الافتراضات التالية :

١. الاعتماد علي مفهوم معدل النمو. ومن ثم نستخدم اسلوب الأرقام القياسية في التقدير.
٢. توافر إحصاءات عن قيم معدلات البقاء علي الحياة للأعمار من $x: x + k$ لفترة سنوية علي الأقل $(t = -t,\ t = 0)$
٣. توافر إحصاءات عن ثلاث سنوات يمكن قياس التغير في معدل تأثير التحسن الصحي علي معدلات البقاء علي قيد الحياة كدالة في الزمن.

بفرض أن لدينا إحصاءات عن معدل البقاء علي قيد الحياة للأعوام 1996, 2003, 2010 يمكن قياس التغير في معدل تأثير التحسن الصحي في معدل البقاء علي قيد الحياة $(b\ (P_{x+k,\,t})$ كما يرد في المعادلتين الأخيرتين.

$$b\,(P_{x+k,\,t:2003}) = \sqrt{\left[\frac{P_{x+k,\ 2003}}{P_{x+k,\ 1996}}\right]} - 1 \qquad (3a)$$

$$b\,(P_{x+k,\,t:2010}) = \sqrt{\left[\frac{P_{x+k,\ 2010}}{P_{x+k,\ 2003}}\right]} - 1 \qquad (3b)$$

ولقياس التغير في معدل تأثير التحسن الصحي علي معدلات البقاء علي قيد الحياة كدالة في الزمن (قياس التغير في معدل التغير في معدل البقاء علي قيد الحياة $b_{(P\,x+k,\,t)}$) نستخدم معدل النمو بين المعدلين الناتجين من المعادلتين (3a), (3b) كما يلي.

$$\lambda b\,(P_{x+k,\,t}) = \frac{b\,(P_{x+k,\,t:2010})}{b\,(P_{x+k,\,t:2003})} - 1 \qquad (4)$$

والجدير بالذكر أن عملية الاستكمال البيني الأفقي تعتمد في قياس معدل التغير b ومعدل تغيره λ لكل الأعمار من $x : x+k$ علي اسلوب معدلات النمو السابق ذكرها. وبناء علي ذلك يمكن تقدير القيمة $\hat{P}_{x+k,\,t+1}$ باستخدام المعادلة الآتية.

$$\hat{P}_{x+k+1,\,t+1} = P_{x+k,\,t} * \{1 + [b_{x+k,\,t} * (1+ \lambda_{x+k,\,t})]\} \qquad (5)$$

بينما عملية الاستكمال الرأسي بين حدود الفئات الخمسية أو العشرية للجداول المختصرة تتم طبقا لطرق الاستكمال المعروفة اكتواريا. وفي حالة سنوات العمر المرتفعة يمكن استخدام الدالة الآتية في الاستكمال الرأسي. من المعادلات الثلاثة السابقة يمكن توقع قيمة معدل البقاء علي قيد الحياة للعمر والسنة الميلادية المحددة سابقا.

$$\hat{P}_{x+k+1} = P_{x+k} * \exp^{\ln (P\,x+k) - \ln (P\,x+k-1)} \qquad (6)$$

الجدير بالذكر أنه يمكن باستخدام المعادلة (٥) توقع معدلات البقاء علي قيد الحياة لسنوات عديدة في المستقبل وذلك لكل عمر علي حدة وليكن العمر $x+k;\ k = 0, 1, 2, \ldots$ باستخدام المعادلة (٦) يمكن توقع معدلات البقاء علي قيد الحياة لسنوات العمر المختلفة في تمام سنة ميلادية محددة. بذلك يمكن اتمام عملية الاستكمال أفقيا أو رأسيا لإنتاج جدول حياة للأعمار من $x : x+k$ وللسنوات من $t = 0 : t = t$ باستخدام المعادلة (٥) أو المعادلة (٦). ولكن استخدام أي من الاستكمال الأفقي وحده أو الاستكمال الرأسي وحده يأخذ في الاعتبار تأثير التحسن الصحي علي القيمة $\hat{P}_{x+k+1,\,t}$ والناتج من تغير التحسن الصحي خلال السنة السابقة فقط. ولكن - ومن المعلوم – أن تأثير التحسينات الصحية يمتد لسنوات طويلة. وبناء علي ذلك يجب أخذ ذلك في الاعتبار طبقا للمعادلة رقم (١). ومن ثم يجب – عند تقدير القيمة $\hat{P}_{x+k+1}$ – ألا نكتفي بالقيمتين $P_{x+k-1,\,t,}\ P_{x+k,\,t-1}$ لتقدير القيمة $\hat{P}_{x+k+1}$ ، وإنما يجب أخذ القيمة $P_{x+k-1,\,t-1}$ في الاعتبار لأنها تعتبر مخزنا للتأثير المتراكم للتحسن الصحي للسنوات ما قبل $t-1$. ومن ثم يمكن تقدير $\hat{P}_{x+k+1}$ طبقا للمعادلة الآتية.

$$\hat{P}_{x+k+1,\,t+1} = \{(P_{x+k-1,\,t})\ (P_{x+k-1,\,t-1})\ (P_{x+k,\,t-1})\}^{1/3} - 1 \qquad (7)$$

بناء علي ما سبق فإن المعادلة رقم (٧) تستخدم أسلوب الاستكمال الرأسي وأسلوب الاستكمال الأفقي معا. ولسبب استخدام الأسلوبين معا يمكن تسمية الأسلوب الوارد في المعادلة (٧) بالاستكمال المزدوج Double interpolation method.

وينتج مما سبق أن النتائج العملية للمعادلة رقم (٧) توضح أن تأثير التحسن الصحي كدالة في العمر والزمن يؤدي الي الحقيقة التالية.

$$P_{x,t} > P_{x,t-1} > P_{x,t-2} > \ldots > P_{x,1} > P_{x,0}$$

$$P_{x+1,t} > P_{x+1,t-1} > P_{x+1,t-2} > \ldots > P_{x+1,1} > P_{x+1,0}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$P_{x+k,t} > P_{x+k,t-1} > P_{x+k,t-2} > \ldots > P_{x+k,1} > P_{x+k,0} \qquad (8a)$$

ويؤدي أيضا الي الحقيقة التالية.

$$P_{x,t} < P_{x+1,t} < P_{x+2,t} < \ldots < P_{x+k,t}$$

$$P_{x,t-1} < P_{x+1,t-1} < P_{x+2,t-1} < \ldots < P_{x+k,t-1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$P_{x,1} < P_{x+1,1} < P_{x+2,1} < \ldots < P_{x+k,1}$$

$$P_{x,0} < P_{x+1,0} < P_{x+2,0} < \ldots < P_{x+k,0} \qquad (8b)$$

ثانياً : تطبيق النموذج

من الإحصاءات الحيوية الأمريكية توافرت قيم معدلات البقاء علي قيد الحياة [١٩] للأعمار من العمر 84 : 70 وللسنوات الآتية ٢٠١٠ ,2003 ,1996 فقط، والبيانات المتاحة في شكل فئات خمسية للسنوات الثلاثة فقط. لذلك تم استخدام المعادلة رقم (٦) للاستكمال الرأسي للفئات الخمسية، فحصلنا علي قيم معدلات الحياة لكل الأعمار من 84 : 70 وللسنوات الثلاثة المشار اليها سابقا. وتتضح النتائج في الجدول التالي :

جدول رقم (٣)
معدلات الحياة المستكملة رأسيا لفئات عمر خمسية للسنوات الثلاثة ومعدل تغيرها ومعدل التزايد في معدل التغير

age	$P_{x+k,1996}$	$P_{x+k,2003}$	$P_{x+k,2010}$	$b_{x+k,2003}$	$b_{x+k,2010}$	$\lambda b_{x+k,2010}$
70	0.975841	0.97705	0.978263	0.0001769	0.00017726	0.00206593
71	0.97355	0.975096	0.976645	0.0002267	0.00022678	0.00035169
72	0.971259	0.972849	0.974805	0.0002337	0.00028698	0.22798178
73	0.968968	0.970216	0.972669	0.00018389	0.0003608	0.96197497
74	0.965677	0.967247	0.970633	0.0002321	0.00049935	1.15146141
75	0.963384	0.964969	0.968624	0.00023487	0.00054022	1.30009774
76	0.96095	0.962913	0.965609	0.00043991	0.00025117	-0.42904342
77	0.956904	0.959497	0.962494	0.0005361	0.00044562	-0.16877597
78	0.954064	0.956443	0.958984	0.00035584	0.0003791	0.06536477
79	0.950624	0.95388	0.955079	0.00048859	0.00017947	-0.63267321

19 - NVSR. Volumes 47, 54, 63..

80	0.947186	0.949665	0.952055	0.00037347	0.00050918	0.36336197
81	0.944434	0.946916	0.94843	0.00037501	0.00022825	-0.39133899
82	0.941682	0.943144	0.945686	0.00022164	0.00038459	0.73517034
83	0.93893	0.940796	0.942897	0.00028367	0.00031873	0.12358643
84	0.93549	0.937945	0.940699	0.00037448	0.00041893	0.11870683

Source: Interpolated data vertically by the researcher.

وباستخدام المعادلات (٣) ، (٤) في التوصل الي قيم معدل التغير في معدل الحياة $b_{x+k,2010}$ وكذلك معدل التزايد في ذلك المعدل $\lambda b_{x+k,2010}$ وبالتطبيق علي بيانات معدلات الحياة للأعمار من 84 : 70 سنة. نقوم بعملية الاستكمال الأفقي لتقدير بيانات معدلات الحياة للسنوات البينية بين السنوات2010 ,2003, 1996. وذلك باستخدام النتائج في الأعمدة الثلاثة الأخيرة في الجدول رقم (٣). وتظهر النتائج في الجدول التالي.

جدول رقم[٢٠] (٤)
احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 84 :70
وللسنوات من 2010 ; 1996

age	P_{x+k} 1996	P_{x+k} 1997	..	P_{x+k} 2002	P_{x+k} 2003	P_{x+k} 2004	..	P_{x+k} 2009	P_{x+k} 2010
70	0.975841	0.976014	..	0.976877	0.97705	0.977223	..	0.978088	0.978263
71	0.97355	0.973771	..	0.974874	0.975096	0.975511	..	0.976395	0.976645
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
83	0.93893	0.939201	..	0.940556	0.940796	0.941096	..	0.942596	0.942897
84	0.93549	0.935846	..	0.937628	0.937945	0.938338	..	0.940304	0.94075

Source: Interpolated data vertically by the researcher.

الآن وقد حصلنا علي جدول معدلات الحياة سنوي للأعمار من 84 : 70 وللفترة الممتدة من ١٩٩٦ الي ٢٠١٠ عن طريق الاستكمال الراسي وحدة والاستكمال الأفقي وحده. نقوم بتكوين نفس الجدول باستخدام طريقة الاستكمال المزدوج، ومتطلبات استخدام هذه الطريقة هي توافر معدلات للعمر x للسنوات من ١٩٩٦: ٢٠١٠. أيضا معدلات الحياة للسنة الأولي للأعمار من :70 84 وبتطبيق المعادلة رقم (٧) تكون النتائج كما يلي.

جدول رقم[21] (٥)
احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 84 :70 للسنوات
من 2010 ; 1996 بطريقة الاستكمال المزدوج

age	P_{x+k} 1996	P_{x+k} 1997	..	P_{x+k} 2002	P_{x+k} 2003	P_{x+k} 2004	..	P_{x+k} 2009	P_{x+k} 2010
70	0.97584	0.97601	..	0.97688	0.97705	0.97722	..	0.97809	0.97826

٢٠ - ملحق رقم (١)
٢١- ملحق رقم (٢)

71	0.97355	0.97513	..	0.9767	0.97688	0.97705	..	0.97791	0.97809
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
83	0.93893	0.9417	..	0.95671	0.95967	0.96247	..	0.97259	0.97374
84	0.93549	0.93871	..	0.95366	0.95668	0.9596	..	0.97101	0.97245

Source: Interpolated data vertically by the researcher

إن استخدام الاستكمال الرأسي والأفقي كل علي حده لا يغني عن استخدام الاستكمال المزدوج حيث أن الاستكمال الرأسي وحدة والاستكمال الأفقي وحدة ينتج المجموع الجبري لتأثير كل من القيمتين $P_{x+1,0}$, $P_{x+0,1}$ علي القيمة $P_{x+1,1}$. وهذا الناتج الجبري عادة ما يكون أقل في تأثيره علي القيمة $P_{x+1,1}$ من تأثير الناتج في حالة استخدام الاستكمال المزدوج. هذا يعني أن الفرق بين متوسط تأثير التحسن الصحي بأسلوب الاستكمال المزدوج ومتوسط تأثير التحسن الصحي بأسلوب الاستكمال الفردي يكون أكبر من الصفر. ويمكن تمثيل هذه الفرضية كما يلي.

$$[\hat{P}_{x+1,1} = f(P_{x+1,0}, P_{x+0,1})] < [\hat{P}_{x+1,1} = f(P_{x+1,0}, P_{x+0,1}, P_{x+0,0})] \quad (9a)$$

وتطبيق المعادلة رقم (٩) من بيانات الجدولين رقم (٤) ورقم (٥) تكون أن القيمة $P_{x+1,1}$ حيث

$$[\hat{P}_{71,1997} = f(P_{71,1996}, P_{70,1997})] < [\hat{P}_{71,1997} = f(P_{71,1996}, P_{70,1990}, P_{70,1997})]$$

وللتحقق من ذلك نقيس ناتج تأثير الاستكمال الفردي الرأسي والأفقي ($\Delta_{(h,v)}$) علي القيمة $P_{x+k,t}$ ويقارن بالتأثير النهائي للاستكمال المزدوج $\Delta_{(D)}$ علي نفس القيمة لأنه يتضمن تأثير العمر والتحسن الصحي للسنوات ما قبل السنة السابقة مباشرة علي سنة التقدير.

$$\Delta_{(H,V)} = \left[\frac{P_{x+k,t}}{P_{x+k-1,t}} - 1\right] + \left[\frac{P_{x+k,t}}{P_{x+k,0}} - 1\right] \quad (10a)$$

$$\Delta_{(D)} = \left[\frac{P_{x+k,t}}{P_{x+k-1,0}} - 1\right] \quad (10b)$$

ولقياس تأثير العمر والتحسن الصحي لسنوات ما قبل السنة السابقة مباشرة علي سنة التقدير، أي قياس التأثير غير المباشر للعمر والتحسن الصحي علي معدل البقاء علي قيد الحياة ورمزه $\Omega_{x,t}$ حيث

$$\Omega_{x,t} = \left[\frac{\Delta_{(D)}}{\Delta_{(H,V)}} - 1\right] \quad (10c)$$

ومن المتوقع أن تكون قيم $\Omega_{x,t}$ متغيرا عشوائيا متوسطة أكبر من الصفر ولا تتبع قيمه للتوزيع الطبيعي حيث أن متوسط قيم $\Omega_{x,t>0}$ وهذا يدلل علي أن الاستكمال المزدوج يكون أكثر دقة من الاستكمال الفردي سواء كان من أجل العمر أو من أجل التحسن الصحي. بالتطبيق علي القيم الواردة في الجدول رقم (٥) حصلنا علي الإحصاءات الآتية.

متوسط التأثير غير المباشر $\Omega_{x,t}$ = ٠,٠٣٢٦٩٧ والحد الأقصى لقيم التأثير المباشر = ٠,٢٤٥٢٣ والحد الأدنى لها = - ٠,٠٩٧٤

الخطوة الثانية : تقديرات احتمالات البقاء علي قيد الحياة للأعمار ما فوق العمر x + k

بعد الانتهاء من الخطوة الأولي يكون لدينا جدول يحتوي علي قيم الدوال الاكتوارية حتي العمر x + k ممثلا لخبرة شركات التأمين (أو الإحصاءات الحيوية للسكان) حتي السنة رقم t بدءا من سنة الأساس t = 0 . من هذه النقطة نبدأ في إعداد جدول بيانات الأعمار الكبيرة والتي تبدأ من العمر x + k + 1 والسنة الميلادية رقم t + 1 . والجدير بالذكر أن البيانات في المرحلة العمرية المذكورة عادة ما تكون قليلة وغير منتظمة. ومن ثم يعتمد التقدير لتلك البيانات علي الإحصاءات الحيوية أو الاكتوارية للفترة السابقة أي الفترة ما قبل تمام العمر x + k وما قبل السنة الميلادية رقم t . ويتم ذلك بإتباع الخطوات التالية:

١. نقدر معدلات الحياة للأعمار من x : x + k وللسنوات من t : t + m ويكون ذلك عن طريق المعادلة رقم (٥) .
٢. يكون لدينا المتغير الصفي كالآتي: $P_{x,2020}$, $P_{x,2019}$, ..., $P_{x,2011}$, $P_{x,2011}$.
٣. يتوافر المتغير العمودي كالآتي $P_{x+k,2010}$, $P_{x+k-1,2010}$, ..., $P_{x+2,2010}$, $P_{x+1,2010}$
٤. باستخدام الاستكمال المزدوج طبقا للمعادلة رقم (٧) نحصل علي معدلات البقاء علي قيد الحياة للأعمار من x + k +1: x + k + ϖ −1 وذلك للسنوات من t + 1 : t + m كما يتضح من الجدول الآتي[٢٢] :

جدول رقم (٦)
احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 99 :70 للسنوات من ٢٠١٠ الي ٢٠٢٠ بطريقة الاستكمال المزدوج

AGES	P x +k, 2011	P x +k, 2012		P x +k, 2016		P x +k, 2019	P x +k, 2020
70	0.978436	0.978609		0.979302		0.979821	0.979995
71	0.977781	0.978276		0.979127		0.979648	0.979821
84	0.943109	0.945858		0.958457		0.966972	0.969279
85	0.940492	0.942989		0.955303		0.964524	0.967122
98	0.907149	0.906507		0.915261		0.933283	0.939533
99	0.904635	0.903762		0.912254		0.930924	0.937445

المبحث الثانى

٢٢ - ملحق رقم (٣) .

دور التأمين التجاري
في إدارة خطر طول العمر

أفادت الأبحاث التي أجريت علي هذا الموضوع بأن دورا أساسيا يناط بوثائق تأمين دفعات معاش تصدرها شركات تأمين تجارية، لأن الدخول المالية العامة مثل معاش التقاعد الحكومية والخاصة مثل أية إيرادات يستحقها الفرد بعد التقاعد من غير دفعات المعاش الخاصة لا تكون كافية لتغطية التزاماته المالية لإبقائه حيا بنفس مستوي المعيشة التي كان عليها قبيل الانتقال الي التقاعد. ولذلك اهتم الباحثون بالمنتجات التأمينية التي تحقق مستوي معين من الكفاية المالية للمتقاعد وعلي رأس هذه المنتجات دفعات معاش يحصل المستفيد مها علي مزاياها بعد التقاعد مباشرة أو أو بعد مرور فترة محددة من تاريخ التقاعد. وقد تستمر المزايا التي تضمنها تلك المنتجات الي وفاة المؤمن عليه أو تكون لمدة محددة. وفي هذا المبحث نستخدم الأدوات الاكتوارية التي توافرت في المبحث الأول لتقدير تكلفة تلك المنتجات. ثم نقارن تلك التكلفة بالتكلفة لنفس المنتج التأميني بالأسلوب التقليدي.

الأدوات الاكتوارية والمالية اللازمة لتقدير التكلفة .

من أهم عناصر النظام الاكتواري لتقدير التكلفة جداول الوفيات، وكذلك معدل مقدر للعائد علي استثمار أموال حملة الوثائق خلال فترة التأمين، وأيضا تقدير لمعدل التضخم خلال نفس الفترة. وطالما توصلنا في المبحث الأول الي جداول سنوية لكبار السن طبقا للتاريخ الميلادي، فإنه يمكن تقدير تكلفة وثيقة تأمين دفعة معاش مؤقته تضمن مزايا دورية خلال المدة n بدءا من العمر x بعد مرور مدة تأجيل قدرها k. وهذا يعني أن تستحق المزايا السنوية بدءا من تمام العمر x + k الي تمام العمر x + k + n . ويرمز لها بالرمز ${}^{k/}a_{x:n}\rceil$. مع العلم بأن التكلفة تدفع مرة واحدة في بداية التعاقد أو علي الكثر بأقساط دورية خلال الفترة k فقط، وتستحق المزايا بدءا من تمام العمر x + k حتي تمام العمر x + k + n. باعتبار أن قيمة دفعة المعاش تستحق في نهاية السنوات فيمكن اعتبار كل دفعة وثيقة وقفية بحته متكررة بعدد n من المرات. ويستحق مبلغ الوثيقة الأولي - في حالة توافر شرط استحقاقه – عند تمام العمر x + k + 1 . وهذا يعني أن تكلفة دفعة المعاش تساوي مجموع تكاليف عدد n من وثائق الوقفية البحتة كما يتضح من المعادلة الآتية :

$${}^{k/}a_{x,t:n}\rceil = A^{(1)}_{x,t:k+1}\rceil + A^{(1)}_{x,t:k+2}\rceil + A^{(1)}_{x,t:k+3}\rceil + \ldots + A^{(1)}_{x,t:k+n}\rceil \quad (11)$$

والجدير بالذكر أن قيمة القسط الوحيد الصافي لوثيقة الوقفية البحتة تحسب كما يلى :

$$A^{(1)}_{x,t:k+1}\rceil = F * {}^{k+1}p_x * (1+r)^{-(k+1)}; \quad (12)$$

F = face amount of Policy, P_x = probability of survival, r = pre-estimated interest rate,

ونعلم هنا أن المزايا المضمونة بالوثيقة ليست فورية ولكنها مؤجلة بالمدة k ولأن الدفعة عادية فيكون الزمن بين دفع القسط واستحقاق الدفعة هو k + 1 ، ونشير هنا أن الاحتمالات المستخدمة في المعادلة السابقة هي احتمال شرطي يحسب كما يلى :

$${}^{k+1}p_x = P_x * P_{x+1} * P_{x+2} * P_{x+3} * \ldots\ldots * P_{x+k}$$

$${}^{k+1}p_{x+1} = P_{x+1} * P_{x+2} * P_{x+3} * P_{x+4} * \ldots\ldots * P_{x+k+1}$$

.....

$${}^{k+1}p_{x+n-1} = P_{x+n-1} * P_{x+n} * P_{x+n+1} * P_{x+n+2} * \ldots\ldots * P_{x+n+k} \quad (13)$$

ولذلك فإن القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعة عادية مؤقتة ومؤجلة يحسب بالمعادلة الآتية :

$$ {}^{k/}a_{x,t:n\rceil} = \frac{{}^{k+1}p_x}{[\prod_{i=1}^{k+1}(1+r)_i]} + \frac{{}^{k+1}p_{x+1}}{[\prod_{i=1}^{k+2}(1+r)_i]} + \ldots + \frac{{}^{k+1}p_{x+n-1}}{[\prod_{i=1}^{k+n}(1+r)_i]} \quad (14) $$

وفي حالة دفعة معاش مدي الحياة يفترض أن نهاية العمر التأميني[٢٣] علي سبيل المثال عند ١٠٠ سنة. حينئذ يكون منطقيا أن $x + k + n = 100$ وتتم المعالجة طبقا للمعادلة رقم (١١) ، وتكون مدة المزايا n وهي المدة التي تلتزم خلالها شركة التأمين بدفعات معاش $n = 100 - (x + k)$. حينئذ تكون معادلة تقدير القسط الوحيد الصافي كما يلي.

$$ {}^{k/}a_{x,t:(100-(x+k))\rceil} = \frac{{}^{k+1}p_x}{[\prod_{i=1}^{k+1}(1+r)_i]} + \frac{{}^{k+1}p_{x+1}}{[\prod_{i=1}^{k+2}(1+r)_i]} + \ldots + \frac{{}^{k+1}p_{100-(k+1)}}{[\prod_{i=1}^{100+x}(1+r)_i]} \quad (15) $$

الجدير بالذكر أن أخذ معامل التضخم في الاعتبار يعني أن الدفعات التي يتسلمها المستفيد من شركة التأمين ليست ثابتة ولكنها تزيد وتقل بمقدار تأثير معامل التضخم السنوي. ومن ثم تتأثر قيمة القسط الوحيد الصافي - باعتباره القيمة الحالية للدفعات المتوقعة - بمقدار التغير في الدفعة المستحقة. وحينئذ تتغير المعادلات رقم (12b) , (11b) كما يلي.

$$ {}^{k/}a_{x,t:n\rceil}^{(f)} = \frac{{}^{k+1}p_x * [\prod_{i=1}^{k+1}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{k+1}(1+r)_i]} + \frac{{}^{k+1}p_{x+1*}[\prod_{i=1}^{k+2}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{k+2}(1+r)_i]} + .. + \frac{{}^{k+1}p_{x+n-1*}[\prod_{i=1}^{k+n}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{k+n}(1+r)_i]} \quad (16) $$

في حالة دفعة معاش لمدي الحياة وتتغير قيمتها طبقا لمعامل التضخم تكون المعادلة كما يلي.

$$ {}^{k/}a_{x,t:n\rceil}^{(f)} = \frac{{}^{k+1}p_x * [\prod_{i=1}^{k+1}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{k+1}(1+r)_i]} + \frac{{}^{k+1}p_{x+1*}[\prod_{i=1}^{k+2}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{k+2}(1+r)_i]} + .. + \frac{{}^{k+1}p_{100-(k+1)*}[\prod_{i=1}^{100-x}(1+f)_i]}{[\prod_{i=1}^{100-x}(1+r)_i]} \quad (17) $$

٢٣ - العمر التأميني هو العمر الذي تقبل شركات التأمين أن تغطي الخطر خلاله وترفض التغطية بعده.

والمعادلات بدءا من (14) الي (17) تستخدم في حسابات القسط الوحيد الصافي لوثيقة دفعة المعاش المؤجلة سواء كانت مؤقته أو لمدي الحياة. وفي الجزء الباقي من البحث نقدر تكلفة كل من النوعين السابقين باستخدام الأدوات الاكتوارية التي تم إعدادها سابقا.

أولاً : تقدير تكلفة دفعة معاش مؤجلة ومؤقته.

وباستخدام بيانات معدلات البقاء علي قيد الحياة في الملحق رقم (٣)، وبتطبيق المعادلة رقم (١١) وطبقا للمطلوب. وبفرض أن شخصا ما عمره x = 70 في بداية السنة الميلادية ٢٠٠١ م. ويرغب في الحصول علي دفعات معاش قيمة كل منها a بدءا من نهاية عام ٢٠٠٦ وتنتهي بنهاية عام ٢٠١٥م. وبفرض توافر بيانات فعلية عن كل من معدل العائد علي الاستثمار r ومعدل التضخم f خلال الفترة من ٢٠٠٠ : 1986 وكانت تلك البيانات كما يلى :

جدول رقم (٧)
بيانات فرضية عن معدلات العائد والتضخم
خلال الأعوام من ٢٠١٠ الي ٢٠٢٠.

y	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	2000
r %	11	10	10	9	8	١١	9	١٠	9	10	9	10	11	10	10
f %	6	٦	٦	٥	٦	٥	٦	٦	٥	٥	٦	٥	٦	٥	٦

ولتقدير معدلات العائد والتضخم لعشرين سنة قادة بعد عام ٢٠٠٠ نستخدم معادلة الاتجاه العام حيث تزيد معدلات العائد سنويا بمقدار ٠,٠١٠٥ من متوسط العائد علي الاستثمار. بينما يقل معدل التضخم سنويا بمقدار – ٠,٠٠١٠٦ من متوسط معدل التضخم. ومع توافر معدلات البقاء علي قيد الحياة حتي تمام العمر ٩٠ سنة. فتكون الأدوات الاكتوارية متوافرة في الجدول التالى :

جدول رقم (٨)
معدلات العائد والتضخم المقدرة للعشرين سنة القادمة

t	x	$P_{x,t}$	r	f	t	x	$P_{x,t}$	r	f
01	70	0.975841	0.09905	0.054936	11	80	0.951116	0.10955	0.044296
2	71	0.973771	0.1001	0.053872	12	81	0.947781	0.1106	0.043232
3	72	0.971728	0.10115	0.052808	13	82	0.944958	0.11165	0.042168
4	73	0.969681	0.1022	0.051744	14	83	0.942596	0.1127	0.041104
5	74	0.966721	0.10325	0.05068	15	84	0.941699	0.11375	0.04004
6	75	0.964726	0.1043	0.049616	16	85	0.940492	0.1148	0.038976
7	76	0.963331	0.10535	0.048552	17	86	0.94013	0.11585	0.037912
8	77	0.959497	0.1064	0.047488	18	87	0.939618	0.116899	0.036848
9	78	0.956806	0.10745	0.046424	19	88	0.939177	0.117949	0.035784
10	79	0.954222	0.1085	0.04536	20	89	0.939125	0.118999	0.03472

المصدر : إعداد الباحث

فإنه لتقدير القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة نطبق المعادلة رقم (١٤) في حالة عدم أخذ معامل التضخم في الاعتبار والمعادلة (١٦) عند أخذ معامل التضخم في الاعتبار[٢٤].

جدول رقم (٩)

سنوات الوثيقة وقيم أقساطها ومزاياها في حالة التضخم وبدونه

years		Probability		Premiums		Benefits	
t	x	P_{x+k}	$^{K+1}P_{x+k}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil(f)}$	F A	$FA_{(F)}$
2001	70	0.975841					
2	71	0.973771					
3	72	0.971728					
4	73	0.969681					
5	74	0.966721					
6	75	0.964726	0.831609491	0.467086	0.63412	a	1.3576 a
7	76	0.963331	0.820948498	0.417152	0.587363	a	1.4235a
19	88	0.939177	0.691859754	0.090924	0.136056	a	2.3223a
20	89	0.939125	0.689312061	0.079973	0.120294	a	2.403a
قسط وثيقة دفعة معاش بمعامل التضخم وبدونه				3.41342a	4.878981a		

المصدر: من إعداد الباحث

النتائج في الجدول رقم (٩) تقدم لنا المعلومات الآتية :

١. القيم الخمسة عشر الموجودة كمزايا تمثل مستحقات المستفيد لدي شركة التأمين.
٢. أن تكلفة الوثيقة ما هي إلا تكلفة ١٥ وثيقة وقفية بحته.
٣. الجدول (٩) يوضح تكلفة ١٥ وثيقة وقفية بحته باعتبارها الوجه الثاني لوثيقة دفعة المعاش.

ثانياً : تقدير تكلفة دفعة معاش مدي الحياة مؤجلة

باستخدام معدلات البقاء علي قيد في الملحق رقم (٣)، وبتطبيق المعادلات رقم , (17) (15) وطبقا للمطلوب. وما ثبات المعطيات في الحالة الأولي مع اختلاف أن الشخص يرغب في الحصول علي دفعة المعاش بصورة مستمرة حتي الوفاة. ومع افتراض أن جدول احتمالات الحياة يتوقف عن تمام العمر ١٠٠. وبفرض توافر تقديرات كل من معدل العائد علي الاستثمار r وكذلك معدل التضخم f خلال الفترة الباقية من عمر طالب الوثيقة، فإن حسابات الجزء الباقي من عمر طالب الوثيقة = ١٠٠ – ٧٠ = ٣٠ سنة ولأن مدة التأجيل ٥ سنوات فإن مدة سريان حق المستفيد في الدفعة هي ٢٥ سنة تبدأ بتمام العمر ٧٥ سنة وفي نهاية عام ٢٠٠٦م، وتستحق آخر دفعة معاش – عند توافر شرط استحقاقها – في نهاية عام ٢٠٣٠ وعند تمام عمر المؤمن عليه ١٠٠ سنة باقيا علي قيد الحياة. وعندئذ تستخدم المعادلات سابقة الذكر وتكون النتائج كما في الجدول التالى :

جدول رقم (١٠)

٢٤ - النتائج الكاملة في ملحق (٤) جدول (٨)

نتائج وثيقة دفعة معاش لمدي الحياة
(الأقساط والمزايا في حالة التضخم وبدونه)[٢٥]

years		Probability		Premiums		Benefits	
t	x	P_{x+k}	${}^{K+1}P_{x+k}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil(f)}$	F A	FA (F)
2001	70	0.975841					
2	71	0.973771					
3	72	0.971728					
4	73	0.969681					
5	74	0.966721					
6	75	0.964726	0.83505	0.467086	0.63412	a	1.357607a
7	76	0.963331	0.82435	0.417152	0.587363	a	1.408029a
29	98	0.948938	0.72339	0.027095	0.039428		1.455192a
30	99	0.9495	0.7267	0.023533	0.034107		1.449291a
قسط الوثيقة بمعامل التضخم وبدون				3.856143	5.534249		

المصدر: من إعداد الباحث

ثالثاً : تقدير تكلفة دفعة معاش بالأسلوب التقليدى

عادة ما تقوم شركات التأمين باستخدام جداول اكتوارية معدة مسبقا علي اساس بيانات خبرة شركات التأمين منذ فترة طويلة. والحقيقة أن معدلات البقاء علي قيد الحياة في تلك الجداول تعتبر أقل من مثليتها لأي فترة زمنية تالية لفترة البيانات التي أعد علي اساسها الجدول. ويترتب علي ذلك أن تقديرات الأقساط التي تقوم شركة التأمين بتحصيلها تكون أقل من القيمة الحالية للالتزامات المتوقعة وهذا يؤدي عادة الي عدم التوازن بين التدفقات المالية الداخلة والتدفقات المالية الخارجة من شركة التأمين خاصة في هذا النوع من التأمين. ويمكن إثبات ذلك عن طريق المقارنة بين تكلفة المنتجات التأمينية التي تصدر شركات التأمين لإدارة خطر طول العمر وتكلفة نفس المنتجات إذا قدرت بالأسلوب الجديد. والجدول التالي يوضح المقارنة كما يلي.

جدول رقم (١١)
المقارنة بين تكلفة وثائق دفعات المعاش بالأسلوب التقليدي والأسلوب الجديد
في حالة التضخم وبدونه للأعمار من ٧٠ الي ٨٩ خلال الأعوام من ٢٠٠١ الي عام ٢٠٢٠م

أسلوب التقدير	الأسلوب التقليدي		الأسلوب الجديد		نسبة التكلفة بالأسلوب الجديد الي التكلفة بالأسلوب التقليدية	
نوع الوثيقة	باعتبار التضخم	بدون التضخم	باعتبار التضخم	بدون التضخم	باعتبار التضخم	بدون التضخم
وثيقة دفعة معاش مؤقتة ومؤجلة	3.5064	2.4669	4.8790	3.4134	1.3915	1.3837
وثيقة دفعة معاش مدي الحياة مؤجلة	5.5342	3.8561	7.0125	4.9338	1.2671	1.2795

٢٥ - النتائج الكاملة ملحق (٤) جدول (٩)

من البيانات الظاهرة في العمودين الأخيرين في الجدول رقم (١١) يتضح الآتي :

١. أن شركة التأمين وهي تستخدم الدوال الاكتوارية لبيانات جدول 58 – CSO بدءا من العام ٢٠٠١ تعرض إمكانياتها المالية لعدم التوازن حيث تكون تقديراتها للتكلفة أقل بكثير مما كان يجب تقديره عام ٢٠٠١م.
٢. أن القيمة الحالية للالتزامات المتوقعة علي شركة التأمين من المنتجات التأمينية التي تصدرها تكون أكبر مما حصلت عليه من أقساط
٣. الفروق بين الأقساط والالتزامات فروق جوهرية تؤدي في حالة الاستمرار في التعامل مع تلك المنتجات بالطريقة التقليدية الي العسر المالي، وما يتبع ذلك من احتمالية الإفلاس.
٤. نسب الزيادة بين الالتزامات المتوقعة والأقساط المحصلة تتضح في الجدول الآتي.

جدول رقم (١٢)
نسب زيادة القيمة الحالية للالتزام المتوقعة الي الأقساط المحصلة للمنتجات التأمينية المزمع استخدامها في إدارة خطر طول العمر طبقا للسلوب التقليدي.

نوع الوثيقة	الزيادة في القيمة الحالية للالتزامات المتوقعة عن الأقساط المحصلة	
	باعتبار التضخم	بدون التضخم
وثيقة دفعة معاش مؤقتة ومؤجلة	39.15 %	38.37 %
وثيقة دفعة معاش مدي الحياة مؤجلة	26.71 %	27.95 %

النتائج والتوصيات

أولاً : النتائج

١. أن ظاهرة طول العمر حقيقة في كل المجتمعات الإنسانية. وأسبابها معروفة ومستقرة ومستمرة.
٢. أن ما ينتج عن ظاهرة طول العمر من أعباء مالية واجتماعية محتملة يجعلها خطرا يجب التعامل معه وإدارته بصورة علمية.
٣. أن خطر طور العمر يختلف في أهميته من دولة الي أخري طبقا لمعدل التحسن الصحي في كل دولة علي حده.
٤. أن خطر طور العمر يعتبر مسئولية عامة علي المجتمع ككل وعلي رأس المجتمع الحكومات والهيئات التابعة لها.
٥. أن شركات التأمين التجارية عليها مسئولية واضحة في إدارة خطر طول العمر.
٦. أن $P_{x+0,0} < P_{x+k,t}$; $t = k > 0$ تعتبر حقيقة ثابتة كنتيجة لظاهرة طول العمر.
٧. أن $e_{x+0,0} < e_{x+k,t}$; $t = k > 0$ تعتبر حقيقة ثابتة كنتيجة لظاهرة طول العمر.
٨. أن الأدوات الاكتوارية التقليدية لم تعد مناسبة وبالقدر الكافي لاستخدامها في التعامل مع العمليات الحسابية في هذا المجال.
٩. أن معدل التحسن الصحي في تزايد مستمر وله علاقة طردية مع الزمن.

١٠. يمكن بناء علاقات رياضية تساعد في توليد دوال اكتوارية سنوية تواكب في تغيرها ما يحدث من تحسن صحي في كل مجتمع.

ثانياً : التوصيات

١. ضرورة توفير الكفاءات البشرية والإمكانيات التكنولوجية لشركات التأمين والهيئات العاملة في المجالات ذات العلاقة لتوليد دوال اكتوارية سنوية وتعدل سنويا بناء علي خبرة شركات التأمين ومؤسسات التأمين الاجتماعي.

٢. يجب أن يمتد هذا الاهتمام الي المسئولين عن الإحصاء السكاني لتوليد بيانات سكانية سنوية تفيد في التنبؤ والتخطيط السكاني.

٣. ضرورة أخذ معاملي العائد علي الاستثمار والتضخم في الاعتبار سنويا عند تقديرات التكلفة.

٤. البحث والتدقيق أكثر فيما يعرف بأسلوب الاستكمال المزدوج حتي يمكن إعتماده كوسيلة لتوليد الدوال الاكتوارية السنوية.

٥. الاهتمام أكثر بمعامل التحسن الصحي والعوامل المسببة والمؤثرة فيه.

المراجـع

1. Andrew Ngai, Michael Sherries." Longevity risk management for life and variable annuities: the effectiveness of static hedging using longevity bonds and derivatives." Insurance: Math. & Econ. Journal. 2011
2. Anne Obersteadt. "Managing longevity risk". NAIC & the center for Insurance policy and research. April 2013.
3. Benjamin, B. and Pollard, J.H (1993)" The analysis of mortality and other Actuarial Statistic ". Institute of actuaries and faculty of actuaries, England.
4. David A. Kindling. Christopher L. Seplak. Donald L. Libby. "Death rate variation in USA subpopulations". Bulletin of the world health organization. 2002.
5. David Blake, " Longevity risk hedging: the role of the private and the public sectors." Pensions Institute .Org. 2008.
6. Duncan Smithson. "**The impact of mortality improvements on pensions".** 26 September 2006.
7. Elizabeth A. National vital statistics reports. U. S life tables. April 2006
8. For far, D.O., Mc Cutheon , J.J. and wilkie. A.D. (1988). "On Graduation by M" The mathematical Formula "Philosophical Transaction of Royal Society.

9. Matthew Ditch. FSA. "Longevity Solutions." Risk Management newsletters. Dec. 2013 / Jan. 2014.
10. Moshe A. Molevsky. "Real Longevity Insurance with deduction: Introduction to advanced life delayed annuities". Society of Actuaries. 2004.
11. National Vital Statistics Reports, From the "CENTERS FOR DISEASE CONTROL AND PREVENTION" , by Robert N. Anderson, Ph.D., Division of Vital Statistics
12. Pauline Barrieu et al. 2011"Understanding, Modeling and Managing Longevity Risk: Key Issues and Main Challenges. Submitted to Operations Research manuscript.
13. Specialized mortality tables, MiB risk revealed. 2011. MiB group, Inc. WWW.MIBgroup.com
14. - Specialized mortality tables, MiB risk revealed. 2011. MiB group, Inc. WWW.MIBgroup.com.

١٥. البلقينى وآخرون. " خطر طول العمر وتكلفة دفعات معاش مكملة لمعاشات التأمين الاجتماعي . فى مصر. مجلة كلية التجارة جامعة المنصورة . ٢٠١٥م

١٦. سالم محمود ، الشربيني سيد. بناء علاقة رياضية بين معدلات البقاء علي قيد الحياة في الجداول السكانية ومثيلتها في الجداول الاكتوارية. مجلة كلية التجارة جامع اسكندرية. ٢٠١٣م .

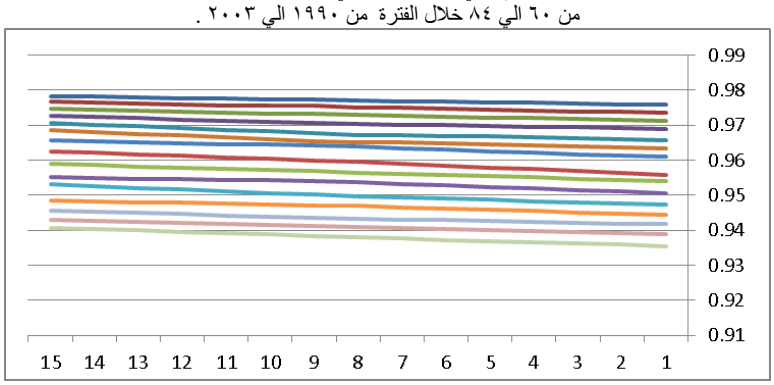
ملحق (١)

جدول احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 84 : 70 وللسنوات من ١٩٩٦ الي ٢٠١٠ باستخدام الاستكمال الأفقي والرأسي كل علي حده

ages	Px+k,1996	Px+k,1997	Px+k,1998	Px+k,1999	Px+k,2000	Px+k,2001	Px+k,2002	Px+k,2003	Px+k,2004	Px+k,2005	Px+k,2006	Px+k,2007	Px+k,2008	Px+k,2009	Px+k,2010
70	0.975841	0.976014	0.976186	0.976359	0.976532	0.976705	0.976877	0.97705	0.977223	0.977396	0.977569	0.977742	0.977915	0.978088	0.978263
71	0.97355	0.973771	0.973991	0.974212	0.974433	0.974654	0.974874	0.975096	0.975511	0.975511	0.975732	0.975953	0.976174	0.976395	0.976645
72	0.971259	0.971493	0.971728	0.971962	0.972196	0.972431	0.972665	0.972849	0.973128	0.973408	0.973687	0.973966	0.974245	0.974525	0.974805
73	0.968968	0.969171	0.969373	0.969576	0.969779	0.969982	0.970184	0.970216	0.970566	0.970916	0.971266	0.971616	0.971967	0.972317	0.972669
74	0.965677	0.965938	0.966199	0.96646	0.966721	0.966982	0.967243	0.967247	0.96773	0.968213	0.968696	0.96918	0.969663	0.970146	0.970633
75	0.963384	0.963652	0.963921	0.964189	0.964457	0.964726	0.964993	0.964969	0.96549	0.966012	0.966533	0.967055	0.967576	0.968098	0.968624
76	0.96095	0.961347	0.961744	0.96214	0.962537	0.962934	0.963331	0.963913	0.964155	0.964397	0.96464	0.964882	0.965124	0.965366	0.965609
77	0.955904	0.956404	0.956904	0.957404	0.957904	0.958405	0.958905	0.959497	0.959925	0.960353	0.96078	0.961208	0.961636	0.962064	0.962494
78	0.954064	0.954407	0.954749	0.955092	0.955435	0.955777	0.95612	0.956443	0.956806	0.957168	0.957531	0.957894	0.958257	0.958619	0.958984
79	0.950624	0.951046	0.951469	0.951891	0.952314	0.952736	0.953159	0.95388	0.954051	0.954223	0.954394	0.954565	0.954736	0.954908	0.955079
80	0.947186	0.947558	0.94793	0.948302	0.948674	0.949047	0.949419	0.949665	0.950149	0.950632	0.951116	0.9516	0.952084	0.952567	0.953055

81	0.944434	0.944768	0.945103	0.945437	0.945771	0.946106	0.94644	0.946916	0.947132	0.947348	0.947565	0.947781	0.947997	0.948213	0.94843
82	0.941682	0.941913	0.942143	0.942374	0.942605	0.942835	0.943066	0.943144	0.943507	0.94387	0.944232	0.944595	0.944958	0.945321	0.945686
83	0.93893	0.939201	0.939472	0.939743	0.940014	0.940285	0.940556	0.940796	0.941096	0.941396	0.941696	0.941996	0.942296	0.942596	0.942897
84	0.93549	0.935846	0.936203	0.936559	0.936915	0.937271	0.937628	0.937945	0.938338	0.938731	0.939124	0.939517	0.93991	0.940304	0.940699

ب - رسم بياني لمعدل البقاء علي قيد الحياة للأعمار
من ٦٠ الي ٨٤ خلال الفترة من ١٩٩٠ الي ٢٠٠٣ .



ملحق (٢)

جدول احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 70: 84
وللسنوات من ١٩٩٦ الي ٢٠١٠ بطريقة الاستكمال المزدوج

ages	Px+k,1996	Px+k,1997	Px+k,1998	Px+k,1999	Px+k,2000	Px+k2001	Px+k2002	Px+k,2003	Px+k,12004	Px+k2005	Px+k,2006	Px+k2007	Px+k,2008	Px+k2009	Px+k,2010
70	0.97584	0.97601	0.97619	0.97636	0.97653	0.9767	0.97688	0.97705	0.97722	0.9774	0.97757	0.97774	0.97791	0.97809	0.97826
71	0.97355	0.97513	0.97578	0.97611	0.97633	0.97652	0.9767	0.97688	0.97705	0.97722	0.9774	0.97757	0.97774	0.97791	0.97809
72	0.97126	0.97331	0.97474	0.97554	0.97599	0.97628	0.9765	0.97669	0.97687	0.97705	0.97722	0.9774	0.97757	0.97774	0.97791
73	0.96897	0.97118	0.97308	0.97445	0.97533	0.97587	0.97622	0.97647	0.97668	0.97687	0.97705	0.97722	0.9774	0.97757	0.97774
74	0.96568	0.96861	0.97095	0.97283	0.9742	0.97513	0.97574	0.97614	0.97643	0.97666	0.97686	0.97704	0.97722	0.97739	0.97757
75	0.96338	0.96589	0.96848	0.97075	0.97259	0.97398	0.97495	0.97561	0.97606	0.97638	0.97663	0.97684	0.97704	0.97722	0.97739
76	0.96095	0.96341	0.96592	0.96839	0.97058	0.97238	0.97377	0.97478	0.97548	0.97598	0.97633	0.9766	0.97683	0.97703	0.97721
77	0.9559	0.96008	0.96314	0.96581	0.96826	0.97041	0.97219	0.97358	0.97461	0.97536	0.97589	0.97627	0.97657	0.97681	0.97702
78	0.95406	0.95668	0.95997	0.96297	0.96568	0.96811	0.97023	0.972	0.9734	0.97446	0.97523	0.9758	0.97621	0.97653	0.97678
79	0.95062	0.95379	0.95681	0.95991	0.96285	0.96555	0.96796	0.97006	0.97182	0.97322	0.9743	0.97511	0.97571	0.97615	0.97649

80	0.94719	0.95053	0.95371	0.95681	0.95986	0.96275	0.96542	0.96782	0.9699	0.97165	0.97306	0.97416	0.97499	0.97562	0.97609
81	0.94443	0.94738	0.95054	0.95368	0.95678	0.9598	0.96265	0.9653	0.96767	0.96974	0.97148	0.9729	0.97402	0.97487	0.97553
82	0.94168	0.9445	0.94747	0.95056	0.95367	0.95675	0.95973	0.96256	0.96517	0.96753	0.96958	0.97132	0.97274	0.97388	0.97476
83	0.93893	0.9417	0.94456	0.94753	0.95059	0.95367	0.95671	0.95967	0.96247	0.96505	0.96739	0.96943	0.97116	0.97259	0.97374
84	0.93549	0.93871	0.94165	0.94458	0.94756	0.9506	0.95366	0.95668	0.9596	0.96237	0.96494	0.96725	0.96928	0.97101	0.97245

ملحق (٣)

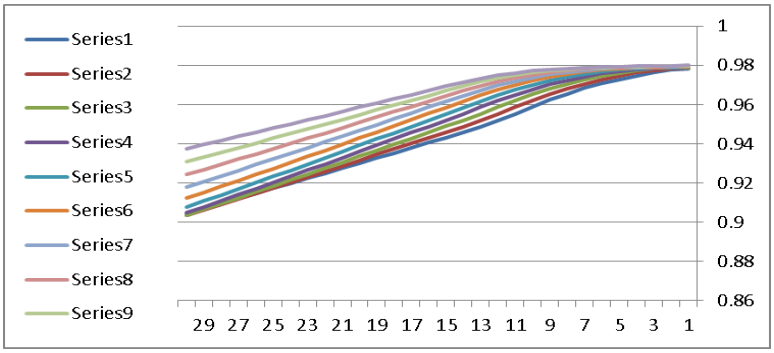
احتمالات الحياة السنوية للأعمار من 99 : 70 وللسنوات

من ٢٠١٠ إلى ٢٠٢٠ بطريقة الاستكمال المزدوج

ages	P x +k, 2011	P x +k, 2012	P x +k, 2013	P x +k, 2014	P x +k, 2015	P x +k, 2016	P x +k, 2017	P x +k, 2018	P x +k, 2019	P x +k, 2020
70	0.978436	0.978609	0.978782	0.978956	0.979129	0.979302	0.979475	0.979648	0.979821	0.979995
71	0.977781	0.978276	0.978556	0.978765	0.97895	0.979127	0.979301	0.979475	0.979648	0.979821
72	0.97641	0.977489	0.978107	0.978476	0.97873	0.978935	0.979121	0.979299	0.979474	0.979648
73	0.974627	0.976175	0.977257	0.977946	0.978384	0.978683	0.978913	0.979111	0.979295	0.979472
74	0.972642	0.974481	0.975971	0.977058	0.977796	0.978288	0.978628	0.978884	0.979097	0.979288
75	0.970632	0.972585	0.974345	0.975791	0.976881	0.977655	0.97819	0.978567	0.978849	0.979078
76	0.968287	0.970501	0.972476	0.974204	0.975625	0.97672	0.977522	0.978093	0.978503	0.97881
77	0.965462	0.968082	0.970352	0.972343	0.974057	0.975467	0.976569	0.977395	0.977997	0.978437
78	0.962312	0.965284	0.967905	0.970199	0.972199	0.973907	0.975314	0.976426	0.977272	0.977902
79	0.958789	0.962126	0.965104	0.967735	0.970044	0.972049	0.973756	0.975165	0.976288	0.977154
80	0.955172	0.958694	0.961973	0.964936	0.96757	0.969887	0.971897	0.973606	0.975019	0.976153
81	0.95175	0.955204	0.958622	0.961842	0.964781	0.967412	0.969731	0.971744	0.973456	0.974876

82	0.948621	0.951856	0.955225	0.958561	0.961726	0.964638	0.967259	0.969577	0.971592	0.973307
83	0.945733	0.948735	0.951937	0.955239	0.958507	0.961622	0.964505	0.967113	0.969426	0.971441
84	0.943109	0.945858	0.948842	0.952004	0.955248	0.958457	0.961527	0.96438	0.966972	0.969279
85	0.940492	0.942989	0.945757	0.948781	0.952001	0.955303	0.958558	0.961656	0.964524	0.967122
86	0.937882	0.94013	0.942682	0.945568	0.948765	0.95216	0.955598	0.958939	0.962083	0.96497
87	0.93528	0.937279	0.939618	0.942367	0.945541	0.949027	0.952648	0.956231	0.959648	0.962823
88	0.932686	0.934438	0.936564	0.939177	0.942327	0.945905	0.949708	0.95353	0.957219	0.960681
89	0.930099	0.931605	0.93352	0.935998	0.939125	0.942794	0.946776	0.950837	0.954797	0.958544
90	0.927519	0.928781	0.930486	0.93283	0.935935	0.939693	0.943854	0.948152	0.952382	0.956412
91	0.924947	0.925966	0.927463	0.929673	0.932755	0.936602	0.940942	0.945475	0.949972	0.954285
92	0.922383	0.92316	0.924449	0.926528	0.929586	0.933523	0.938038	0.942806	0.947569	0.952162
93	0.919825	0.920363	0.921446	0.923393	0.926429	0.930453	0.935144	0.940145	0.945172	0.950045
94	0.917275	0.917574	0.918453	0.920269	0.923283	0.927394	0.93226	0.937491	0.942782	0.947933
95	0.914733	0.914794	0.91547	0.917156	0.920147	0.924345	0.929384	0.934846	0.940398	0.945825
96	0.912197	0.912023	0.912497	0.914054	0.917023	0.921307	0.926517	0.932207	0.93802	0.943723
97	0.909669	0.909261	0.909533	0.910962	0.913909	0.918279	0.92366	0.929577	0.935648	0.941625
98	0.907149	0.906507	0.90658	0.907882	0.910807	0.915261	0.920812	0.926954	0.933283	0.939533
99	0.904635	0.903762	0.903637	0.904812	0.907715	0.912254	0.917973	0.924339	0.930924	0.937445

ب - رسم بياني يوضح الدوال في جدول رقم (٦)



ملحق (٤)

أ - أقساط ومزايا وثيقة تأمين دفعة معاش مؤقتة ١٥ سنة ومؤجلة ٥ سنوات للأعمار من ٧٠ الي ٨٩ خلال المدة من ٢٠٠١ الي ٢٠٢٠ . في حالة التضخم وبدونه

years		Probability		Premiums		Benefits	
t	x	P_{x+k}	${}^{K+1}P_{x+k}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil^{(I)}}$	F A	$FA_{(F)}$
2001	70	0.975841					
2	71	0.973771					
3	72	0.971728					
4	73	0.969681					
5	74	0.966721					
6	75	0.964726	0.831609491	0.467086	0.63412	a	1.3576 a
7	76	0.963331	0.820948498	0.417152	0.587363	a	1.4235a

8	77	0.959497	0.808914643	0.371156	0.525185	a	1.4911a
9	78	0.956806	0.796492829	0.329373	0.468398	a	1.5604a
10	79	0.954222	0.787041456	0.291567	0.416719	a	1.6311a
11	80	0.951116	0.774336878	0.25756	0.369962	a	1.7034a
12	81	0.947781	0.760735982	0.226763	0.327358	a	1.7770a
13	82	0.944958	0.746226948	0.198966	0.288681	a	1.8519a
14	83	0.942596	0.73308258	0.174507	0.25448	a	1.9281a
15	84	0.941699	0.72074177	0.153051	0.22434	a	2.0053a
16	85	0.940492	0.710371243	0.134172	0.197679	a	2.0834a
17	86	0.94013	0.702166	0.117739	0.174368	a	2.1624a
18	87	0.939618	0.69611842	0.103434	0.153976	a	2.2421a
19	88	0.939177	0.691859754	0.090924	0.136056	a	2.3223a
20	89	0.939125	0.689312061	0.079973	0.120294	a	2.403a
قسط وثيقة دفعة معاش بمعامل التضخم وبدونه				3.41342a	4.878981a		

المصدر: من إعداد الباحث

ب- أقساط ومزايا وثيقة تأمين دفعة معاش لمدي الحياة موَجلة ٥ سنوات للأعمار من ٧٠ الي ٨٩ خلال المدة من ٢٠٠١ الي ٢٠٢٠ . فى حالة التضخم وبدونه

years		Probability		Premiums		Benefits	
t	x	P_{x+k}	${}^{K+1}P_{x+k}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil}$	$A^{(1)}_{x,t:\overline{n}\rceil^{(i)}}$	F A	$FA_{(F)}$
2001	70	0.975841					
2	71	0.973771					
3	72	0.971728					
4	73	0.969681					
5	74	0.966721					
6	75	0.964726	0.83505	0.467086	0.63412	a	1.357607a
7	76	0.963331	0.82435	0.417152	0.587363	a	1.408029a
8	77	0.959497	0.81227	0.371156	0.525185	a	1.414996a
9	78	0.956806	0.79979	0.329373	0.468398	a	1.422089a
10	79	0.954222	0.78704	0.291567	0.416719	a	1.42924a
11	80	0.951116	0.77434	0.25756	0.369962	a	1.436409a

12	81	0.947781	0.76074	0.226763	0.327358	a	1.443618a
13	82	0.944958	0.74623	0.198966	0.288681	a	1.45091a
14	83	0.942596	0.73308	0.174507	0.25448	a	1.458283a
15	84	0.941699	0.72151	0.153051	0.22434	a	1.465792a
16	85	0.940492	0.71113	0.134172	0.197679	a	1.473332a
17	86	0.94013	0.70291	0.117739	0.174368	a	1.48097a
18	87	0.939618	0.69686	0.103434	0.153976	a	1.488648a
19	88	0.939177	0.6926	0.090924	0.136056	a	1.49638a
20	89	0.939125	0.69004	0.079973	0.120294	a	1.50418a
21	90	0.939692	0.68857	0.071197	0.106727		1.49904a
22	91	0.940942	0.6889	0.063422	0.094743		1.493855a
23	92	0.942505	0.69064	0.056478	0.084073		1.488605a
24	93	0.945172	0.69473	0.050328	0.074653		1.483335a
25	94	0.946124	0.69987	0.044776	0.066173		1.477888a
26	95	0.94725	0.70592	0.039749	0.058525		1.472367a
27	96	0.9485	0.71254	0.035176	0.051596		1.466769a
28	97	0.9488	0.71849	0.030967	0.045244		1.461029a
29	98	0.948938	0.72339	0.027095	0.039428		1.455192a
30	99	0.9495	0.7267	0.023533	0.034107		1.449291a
قسط الوثيقة بمعامل التضخم وبدونه				3.856143	5.534249		

المصدر: من إعداد الباحث.